Modelo y sistema de apoyo a la decisión para problemas de cartera de proyectos con relevancia social

Eduardo Fernández González y
Jorge Navarro Castillo*

Una de las principales tareas de dirección en las organizaciones del sector público, fundaciones, centros de investigación, empresas que realizan investigación-desarrollo, es evaluar un conjunto de proyectos que compiten por apoyo financiero, y con ellos formar una cartera. La modelación de los problemas de cartera se basa en las siguientes premisas:

a) Existe un conjunto bien definido de N proyectos, cada uno de ellos perfectamente caracterizado desde el punto de vista de los beneficios económicos que puede aportar (y su distribución de probabilidad), y de sus requerimientos presupuestales.

b) Se trata de decidir qué subconjunto de proyectos conforman la cartera, de modo que se optimice una cierta medida de calidad. Si se prescinde de incertidumbre y riesgo, y se conoce el flujo de efectivo que genera cada proyecto, se intenta maximizar el valor actual neto del flujo asociado con la cartera (Davis y McKeown, 1986). En condiciones de riesgo, pero conociendo la distribución de probabilidad de los beneficios, otras medidas han sido propuestas (por ejemplo, Markowitz, 1991; Young, 1998). Pero en cualquier caso se asume que si un proyecto es aceptado en la

* Eduardo Fernández González es investigador de la Universidad Autónoma de Sinaloa, correo electrónico: eddyf@uas.uasnet.mx; y Jorge Navarro Castillo es investigador del Centro de Ciencias de Sinaloa, correo electrónico: navarro@computo.ccs.net.mx. Artículo recibido: 02/2000; artículo aceptado: 06/2000.

cartera recibirá todo el apoyo que solicita; no se modela imprecisión asociada con el desconocimiento de cuáles son los verdaderos requerimientos financieros del proyecto, los que realmente necesita al margen de exageraciones y subjetivismos.

Es muy frecuente tratar con proyectos cuya repercusión económica es, aunque de alguna manera indudable, principalmente indirecta, de largo plazo, y eminentemente difícil de cuantificar. Es el caso de los proyectos de investigación básica, de desarrollo educacional, de salud, y de otras áreas del sector público. El tratamiento clásico que los economistas realizan de estos problemas se basa en el enfoque "costo-beneficio" (véase, por ejemplo, Boardman, 1996) que, no obstante, ha sido severamente cuestionado desde puntos de vista éticos, ambientalistas, y también metodológicos por la literatura de análisis multicriterio (French, 1986; Dorfman, 1996). Algunas de las críticas principales son:

- La virtual imposibilidad de evaluar válidamente algunos efectos en unidades monetarias.
- La linealidad implícita en el enfoque es únicamente válida para cambios marginales, lo que no se cumple en muchos proyectos.
- La excesiva atención que se brinda a la valoración monetaria hace que dejen de considerarse otras consecuencias importantes.
- La dificultad al evaluar la razón social de descuento.
- La necesidad de considerar la incertidumbre y el limitado alcance del análisis de sensibilidad que puede realizarse.
- La imprecisión en los requerimientos financieros de los proyectos.
- Las limitaciones del valor actual neto social como criterio de decisión.

Cuando se analizan proyectos de investigación aplicada y desarrollo tecnológico, es posible estimar el impacto económico de un avance por el tamaño de los mercados que se hacen accesibles, y por la capacidad de penetración en ellos. Sin embargo, es difícil estimar válidamente las probabilidades de los distintos escenarios que median entre el éxito y el fracaso (Roy, 1996), y sigue siendo preferible la valoración multiatributo de las consecuencias, por lo que tampoco es muchas veces razonable utilizar los métodos "economicistas" para la formación de la cartera. Y es que, como se ha dicho, la evaluación de los proyectos de investigación, y del sector público en general, concierne a múltiples criterios, uno de los cuales, si acaso se puede medir directamente, es la

dimensión del beneficio económico. De hecho, los métodos clásicos de formación de carteras "óptimas" nos echan en brazos del enfoque "costo-beneficio". Renunciar a éste, exigiendo una valoración multicriterio integral, nos obliga a desechar los modelos de solución de problemas de cartera. Predomina entonces el enfoque heurístico para seleccionar carteras de proyectos públicos, y los sistemas computacionales que se emplean como apoyo tienen casi únicamente una función de almacenamiento y presentación de la información relevante, y carecen de un modelo matemático que refleje preferencias sobre carteras y ayude a la toma de decisiones. El método AHP (Saaty, 1980) ha sido utilizado para buscar la integración de preferencias multicriterio de uno o varios jueces que evalúan los proyectos. Sin embargo, disponer de la evaluación es sólo un paso inicial para poder definir la cartera de proyectos. En este trabajo nosotros no abordamos el problema de cómo evaluar los proyectos, sino de cómo decidir la cartera conociendo la evaluación. Con el criterio de los jueces en una cierta escala cuantitativa, hay tres formas naturales de llegar a la decisión final sobre la cartera:

a1) Aplicar el modelo de programación 0-1 (Davis y McKeown, 1986), considerando que la evaluación del proyecto es proporcional al beneficio que arrojará.

b1) Considerar que la evaluación establece un criterio de orden, asignando los recursos de acuerdo con esa prioridad hasta su agotamiento (Martino, 1995).

c1) Tener en cuenta la evaluación y el costo como dos criterios de calidad del proyecto; realizar un análisis bicriterio para arribar a un *ranking* de todo el conjunto de proyectos; después distribuir los recursos igual que en *b*1.

La hipótesis de la proporcionalidad evaluación-beneficio no tiene bases realistas. La opción *b*1 es muy rígida; según ella, nunca sería razonable sustituir un proyecto muy costoso por dos o más proyectos baratos con evaluación ligeramente menor; tampoco se incluyen en esa regla de decisión consideraciones de política de distribución de los recursos entre proyectos que pertenecen a distintas áreas de clasificación que, aunque ajenas al *ranking*, no pueden ser desdeñadas (Martino, 1995). La variante *c*1 sería preferible a las demás en caso de existir un modo de agregar las preferencias del *decision maker* (DM) sobre la evaluación y el costo; mas esta tarea parece extremadamente difícil de cumplir, puesto que las razones de compensación entre el costo y la evaluación no existen independientemente del resto de la cartera. La explosión combinatoria hace también imposible una exploración heurística sistemática del conjunto de posibles carteras. Y ninguna de las variantes considera el carácter impreciso, "borroso", de los requerimientos presupuestales de cada proyecto. Se requiere, además de considerar los aspectos "borrosos" del problema, una forma de apreciar la calidad de la distribución presupuestal completa, y un procedimiento de búsqueda que permita acercarse a la solución óptima.

El presente trabajo tiene como objetivo construir un modelo de preferencias no lineal, basado en lógica borrosa para reflejar la imprecisión de los requerimientos presupuestales, que pueda ser implementado con cierta eficiencia algorítmica en un Sistema de Apoyo a la Decisión (Decision Support System, DSS) para problemas de cartera de proyectos públicos. En casos reales, la complejidad del problema de optimización no lineal que surge no puede manejarse con algoritmos tradicionales y se propone, en sustitución, el empleo de un algoritmo genético. En la primera sección se describe el problema y, en la segunda, proponemos su modelo multiobjetivo en términos de funciones de pertenencia a ciertos conjuntos borrosos. A partir de la teoría básica del valor y de la generalización "borrosa" del enfoque tradicional, exponemos en la tercera sección nuestra propuesta para representar las preferencias del *decision maker* y cómo explotar el modelo mediante un algoritmo genético. En la cuarta sección se presenta brevemente el DSS CAPITAL con un ejemplo que muestra su efectividad. Por último, se presentan breves conclusiones.

Formulación del problema

Sean N proyectos de interés público que cumplen requisitos mínimos de aceptabilidad para ser apoyados, clasificables en k áreas A_i ($i = 1,\ldots, k$) de actividad. Supongamos que cada proyecto está caracterizado por una evaluación e_j ($j = 1,\ldots, N$) que, sin pérdida de generalidad, se asume en una escala de cero hasta diez. Supongamos también que a cada proyecto se le asigna un par (m_j, M_j) tal que:

- M_j es una cantidad de dinero que satisface plenamente los requisitos presupuestales del proyecto j.
- m_j es una cantidad tal que, en caso de no ser satisfecha, existirían serias dudas de que el proyecto j recibe un financiamiento adecuado.

Sea P el monto total de los recursos financieros disponibles, y asumamos como posible que existan restricciones presupuestales por cada área de conocimiento. Es decir, si P_i es el presupuesto dedicado al área i, supongamos que existen $P_{i\,\text{mín}}$ y $P_{i\,\text{máx}}$ tales que

$$P_{i\,\text{mín}} \leq P_i \leq P_{i\,\text{máx}}$$

El problema es: Determinar cuáles proyectos deben ser apoyados y con qué cantidad, de modo que se optimice el empleo de los recursos disponibles de acuerdo con el conjunto de creencias y preferencias del *decision maker*.

El modelo matemático del problema

Sea d_j la cantidad de recursos con que se apoya al proyecto j. Llamemos $m_j(d_j)$ a la función de pertenencia del proyecto, j al conjunto borroso de proyectos suficientemente financiados. Un modelo matemático del problema enunciado arriba es:

$$\underset{\underline{D} \in R_F}{\text{Maximizar}} \; [\mu_1(d_1), \mu_2(d_2), \ldots, \mu_N(d_N)] \tag{1}$$

($\underline{D} = (d_1,\ldots, d_N)$ y R_F es la región factible determinada por las restricciones presupuestales.) La maximización vectorial de (1) se entiende como el proceso de encontrar el mejor compromiso de acuerdo con las preferencias del *decision maker*.

Asumiendo la existencia de una relación binaria "al menos tan buena como" ($>\sim$) definida sobre los $\underline{D} \in R_F$, con propiedades de transitividad y comparabilidad, puede probarse la existencia de una función de valor $U(\underline{D})$ representante de la relación $>\sim$ (French, 1986). Entonces, la solución del problema (1) corresponde a:

$$\underset{\underline{D} \in R_F}{\text{Max}} \; U(\underline{D}) \tag{2}$$

Asumiendo la propiedad plausible de independencia preferencial mutua entre los N atributos del problema (1), es razonable modelar la función U de (2) como:

$$U = \sum_{j=1}^{N} v_j(\mu_j) \qquad (3)$$

en la que v_j son ciertas funciones de preferencia unidimensionales (French, 1986).

Refinamiento del modelo clásico

Consideremos la función objetivo de los problemas de asignación de capital:

$$Z = \sum_{j=1}^{N} c_j\, x_j \qquad (4)$$

donde:

c_j es el beneficio asociado con el proyecto j.
$x_j = 0,1.$ $x_j = 1$ si el proyecto j forma parte de la cartera; $x_j = 0$ en otro caso.
Z representa el beneficio total asociado a una cierta cartera de proyectos.
Sea $x\ (j)$ la función indicadora del conjunto de los proyectos financiados; es decir
$x(j) = 1$ si el proyecto j recibe el financiamiento solicitado
$x(j) = 0$ si el proyecto no recibe apoyo.

Entonces,

$$U = \sum_{j=1}^{N} v_j\, x\,(j) \qquad (5)$$

Pero la imprecisión en los requerimientos de recursos sugiere tratar preferiblemente con el conjunto borroso de proyectos suficientemente financiados y transformar la indicadora $x(j)$ en una función de pertenencia que depende del presupuesto asignado al proyecto.

Entonces,

$$U = \sum_{j=1}^{N} c_j\, \mu_j \qquad (6)$$

La utilidad c_j que el DM asocia al proyecto j es un valor subjetivo que debe depender de la naturaleza del proyecto y de la evaluación e_j recibida de los jueces. Por tanto $c_j = f_j\ (e_j)$, donde f_j es no lineal en general, y

$$Z = \sum_{j=1}^{N} f_j\ (e_j)\, \mu_j \qquad (7)$$

Z depende del dinero asignado a cada proyecto que influye en m_j. $f_j\ (e_j)$ se comporta como una constante.

El problema ha derivado en

$$\underset{D}{\text{Máx}} = \sum_{j=1}^{N} f_j\,(e_j)\, \mu_j \qquad (8)$$

con las restricciones al presupuesto total y por áreas.

Nuestra propuesta

El modelo de preferencias

Comparando (8) con (3) es razonable escoger

$$U = \sum_{j=1}^{N} w_j\, \mu_j\,(d_j) \qquad (9)$$

interpretando las funciones $f_j\ (e_j)$ como factores de ponderación del problema (1). El peso que se asocia al proyecto j depende de su calificación y de la prioridad que se le asigne al área a la que pertenece. En caso de tratar con un número pequeño de proyectos, los pesos pueden hallarse por el método bien conocido de pedirle al DM la solución de ecuaciones de indiferencia (véase, por ejemplo, French, 1986; Fernández, 1999). Si son muchos los proyectos, y de varias áreas, proponemos la siguiente aproximación para disminuir el esfuerzo de modelación de las preferencias del DM:

i) Sin pérdida de generalidad, supongamos que A_1 es el área más importante. Sea $w(e, A_1)$ el peso de un proyecto con evaluación e del área A_1. Asignemos $w(10, A_1) = 1$, y resolviendo ecuaciones de indiferencia encontremos $w(9, A_1)$, $w(8, A_1)$, $w(7, A_1)$. Cualquier valor $w(e, A_1)$ se puede hallar por interpolación.
ii) Calcúlese $w(10, A_2)$,...,$w(10, A_k)$, resolviendo ecuaciones de in-

diferencia que involucren a cada uno de estos pesos con $w(10, A_1)$.

iii) Si son pocas áreas diferentes, repítase el proceso de i para hallar $w(9, A_k)$, $w(8, A_k)$, $w(7, A_k)$, k diferente de 1. En otro caso, extrapólese al área k la dependencia funcional en la dimensión e hallada para el área 1.

La función de pertenencia

En la interpretación de μ como grado de pertenencia al conjunto de los proyectos suficientemente financiados, y en ausencia de más información y de argumentos de peso en favor de una forma funcional más complicada, parece razonable admitir que:

- μ es lineal por tramos
- $\mu(M) = 1$
- $\mu(m) > 0$

donde hemos suprimido el subíndice j por simplicidad en la notación.

Nosotros proponemos escoger parámetros $0 < \alpha < 1$, $m/M < \beta \leq 1$ de modo que

$$\mu = \alpha \text{ si } d = m \qquad (10)$$
$$\mu(\beta M) = 1, \text{ con } m/M < \beta \leq 1$$

y

$$\mu(d) = 0 \qquad \text{si } d < m$$

$$\mu(d) = \frac{(1-\alpha)d + \alpha\beta M - m}{\beta M - m} \qquad \text{si} \quad m \leq d \leq \beta M$$

$$\mu(d) = 1 \quad \text{si} \quad \beta M < d$$

La función μ así definida cumple con (10) con una discontinuidad de salto en $d = m$.

Con α y β se modela el sentido que tiene para el DM la idea de qué es un financiamiento suficiente. Nuestras pruebas han sido con $\alpha = 0.5$ y $\beta = 1$; los valores naturales de α y β razonablemente se encuentran en los intervalos [0.4, 0.6] y [0.9, 1], respectivamente.

La búsqueda genética

En casos reales en que se valoran varios cientos o miles de proyectos, los algoritmos de programación no lineal no pueden manejar la complejidad del problema (8). En los últimos años los algoritmos genéticos se han convertido en una herramienta potente para la solución de problemas difíciles en campos disímiles (Goldberg, 1989; Michalewicz, 1996; Kuri, 1999; Chu, 1997; Leyva y Fernández, 1999; Ordóñez y Valenzuela, 1992; Valenzuela y Uresti, 1996), y en particular para el tratamiento de la no linealidad y de la optimización global en tiempo polinomial. En nuestro caso, la implementación del algoritmo genético abarca los siguientes aspectos.

Información para evaluar una propuesta de cartera

El proceso de búsqueda genética, para evaluar la "adaptabilidad" de una propuesta de solución, necesita manejar la siguiente información, la cual se deriva del modelo de preferencias y de la función de preferencia:

- Clasificación de los proyectos por área.
- Presupuesto total por ejercer.
- Restricciones presupuestales por área.
- Restricciones presupuestales de operatividad por proyecto (m_j, M_j).
- Otros parámetros de las funciones de pertenencia.
- Preferencias del DM en la dimensión de la escala evaluativa.
- Prioridades entre áreas.

Estructura del individuo

Cada individuo es una representación en binario de una distribución particular del presupuesto entre los N proyectos. En esa estructura, el presupuesto que cada proyecto recibe está representado por su función de pertenencia $\mu_j(d_j)$, con valores entre cero y uno. El valor de d_j se puede obtener por la aplicación inversa de una redefinición inyectiva de μ_j en la que, si $\mu_j(d_j) = 0$, entonces $d_j = 0$, y además, si $\mu_j(d_j) = 1$, entonces $d_j = \beta M_j$. De este modo, evitamos las dificultades en el empleo de la memoria que surgirían si fuera necesario reservar espacio para representar, de manera explícita, valores de d_j que pueden ser grandes y notoriamente desiguales. Se dedican cinco bits a representar cada valor particular μ_j. El individuo tiene entonces un tamaño de $5N$ bits.

Generación de una solución inicial

Para generar una solución inicial factible, se intenta simular la heurística de un DM que conforma la cartera sin apoyo de una herramienta de análisis de la decisión. Sea A_k el área más importante, y sea $R = \mu_{j1}, \mu_{j2}, \ldots, \mu_{jm}$ un ranking de los proyectos de esa área. La heurística consiste en asignar al proyecto más importante ($j1$) una cantidad de recursos d_{j1} tal que $\mu_{j1}(d_{j1}) = 0.8$, y de la misma forma continuar recorriendo el *ranking* hasta su fin o hasta agotar los recursos que se pueden dedicar al área k. Después, se repite para todas las áreas en orden de importancia. Si en alguna deja de cumplirse la restricción presupuestal mínima, se modifica la asignación realizada en el área que la precede en orden de importancia, eliminando el apoyo a sus proyectos de menor calidad.

El operador de mutación

Una vez que se ha decidido aplicar el operador de mutación a un individuo determinado, se decide aleatoriamente cuál de sus genes cambiará. El individuo resultado de la operación sólo difiere de quien le dio origen en uno de sus aleles (un cero en lugar de un uno o viceversa).

Generación de la población inicial

A partir de la solución inicial, se genera la población mediante mutaciones al azar.

Sea $n1$ (par) el tamaño de la población al final del proceso de generación. Empezando con la solución inicial y $n = 1$, hacer hasta $n = n1$:

a) Si $n = 1$, hay que realizar una mutación de la solución inicial; asignar a n el valor 2 e incluir el nuevo individuo en la población actual.
b) Si $n > 1$, hay que escoger al azar un individuo de la población actual y realizar una mutación.

c) Incluir al nuevo individuo en la población actual e incrementar n en una unidad.

La función de adaptabilidad

A cada individuo se le asocia un valor de la función de adaptabilidad F tal que:

- $F = 0$ si la distribución presupuestal no es factible.
- $F = U$ (dada por la expresión (9)) si $\underline{D} \in R_F$.

El operador de cruzamiento

Dados dos individuos que han sido seleccionados para cruzarse, se define en forma aleatoria un punto de cruce que determina en cada individuo una parte izquierda y una derecha. La formación de los dos individuos productos del cruzamiento se realiza mediante la unión de la parte izquierda de un padre con la derecha del otro, y viceversa.

Formación de la nueva población

El proceso de formación de la nueva población consta de dos pasos: selección y alteración. A partir de los $n1$ miembros de $P(t)$ se seleccionan los $n1$ miembros de $P(t + 1)$ por el clásico método de la ruleta (véase por ejemplo, Michalewicz, 1996). Posteriormente se forman $n^1/_2$ parejas a las que se aplica el operador de cruzamiento para generar los $n1$ nuevos miembros de $P(t + 1)$ (alteración total). El segundo momento en la alteración de $P(t + 1)$ corresponde a la mutación. Se trabaja con un índice de mutación fijo que expresa la probabilidad de que un individuo cualquiera mute. Generando números aleatorios a partir de una distribución uniforme en [0,1] se determina si cada individuo específico mutará o no. En caso afirmativo se aplica el operador correspondiente.

Resumen del algoritmo

1. Crear una solución inicial heurística y asignarla a mejor solución.
2. Repetir hasta agotar el tiempo de cómputo previsto (número de reinicios), o hasta obtener una solución suficientemente buena (a criterio del DM).

   a) Generar la población inicial (con $n1$ miembros) por mutaciones a partir de la solución inicial.
   b) Hacer GEN = 1.
   c) Seleccionar los $n1$ miembros de la nueva población.
   d) Alterar la población mediante el operador de cruzamiento.
   e) Aplicar el operador de mutación a los individuos seleccionados.
   f) Seleccionar el mejor individuo de su generación. Compararlo con mejor solución, y si aquél es más adaptado, actualizar mejor solución.
   g) Hacer GEN = GEN + 1. Si GEN es ya el número máximo de generaciones, tomar mejor solución (el mejor individuo encontrado hasta el momento), y convertirlo en solución inicial para repetir el ciclo enunciado en 2.

Nótese que nuestra propuesta difiere de los algoritmos genéticos clásicos en varios aspectos, quizás más significativamente en el operador de mutación. En algunas pruebas realizadas observamos mucha mayor eficiencia utilizando la forma aquí propuesta en comparación con la que se presenta en Michalewicz (1996).

Complejidad del algoritmo

Obsérvese que el tamaño del problema influye en el paso 1 (que se realiza solamente una vez, y el esfuerzo necesario es despreciable en comparación con la búsqueda genética), y cuando se requiere evaluar la función de adaptabilidad de un individuo. Puesto que ni el tamaño de la población, ni el número máximo de generaciones, ni la cantidad de veces que se repite el ciclo externo del algoritmo dependen de N, la complejidad está determinada por la evaluación de la función de adaptabilidad. Por la forma de esta función (expresión 9) se deduce que la cantidad de operaciones necesarias para evaluarla es proporcional a N. La complejidad es polinómica.

El sistema CAPITAL

Un sistema de apoyo a la decisión se desarrolla con el objeto de apoyar el proceso de toma de decisiones en la solución de un problema específico y durante una, varias o todas las etapas del proceso. Lograr esto requiere:

- Organizar la información relevante y facilitar su consulta.
- Construir un modelo de preferencias del (o los) DM que recoja lo esencial de su subjetividad para el problema que se está resolviendo.
- Sobre la base de lo anterior, construir también un modelo de evaluación de las alternativas que se están comparando.
- Con frecuencia, un mecanismo que, de alguna manera, permita gerenciar automáticamente la experiencia acumulada e incorporarla en la base informativa.

CAPITAL (CArtera de Proyectos de ImporTAncia sociaL) es un sistema de apoyo para la toma de decisiones (*decision support system*) en problemas de conformación de cartera de proyectos de significación social, en el que el indicador de beneficio económico directo no tenga un papel principal. Ofrece como solución la distribución del presupuesto entre proyectos que compiten por él. Presenta una interfaz dirigida al usuario, similar a la corriente en ambientes visuales. La pantalla inicial presenta tres opciones principales: Archivo, Editar y Run. Con la opción Archivo, el usuario puede cargar un archivo ya existente o generar uno nuevo. Con la opción Editar, el usuario puede modificar o recuperar la información actual sobre Calificaciones, Preferencias, Presupuesto, Restricciones, Solución. En la opción Run, el usuario dispone de dos subopciones: Solución inicial, en la que se genera la población inicial como se vio cuando abordamos la generación de una solución inicial, y Correr, mediante la que se hace operar el proceso de búsqueda genética sobre la solución actual.

Aunque el usuario puede ser un DM sin conocimientos sistemáticos de computación o de modelación matemática, la eficiencia de CAPITAL se incrementa con la interacción DM-analista de la decisión-sistema. Durante la búsqueda, el sistema genera información sobre coeficientes de sensibilidad de la función objetivo, que puede utilizarse para proponer nuevas soluciones, probar y explorar nuevas zonas prometedoras que agilicen la convergencia.

Hay dos situaciones especiales interesantes que es necesario discutir: la redundancia y la complementariedad de proyectos. CAPITAL hace cero la función de adaptabilidad de los individuos (carteras) donde se apoyan proyectos que redunden; nunca aparecerán en la solución final. Por su parte, la complementariedad —el hecho de que la decisión de apoyar algún proyecto potencia a otros— no se puede tratar con un modelo sencillo. Una forma simple de abordarla con CAPITAL es agrupar los proyectos que se complementan, tratarlos como uno solo con todo lo que esto implica: evaluación, función de pertenencia, etc. De hecho, esta agrupación equivale a una regla de decisión que obliga a aceptar o rechazar en bloque los proyectos que manifiestan sinergia.

Un ejemplo numérico

El problema que utilizamos como ejemplo es el siguiente:

Distribuir un presupuesto de 5 000 (en miles de dólares) entre un total de 40 proyectos solicitantes, agrupados en cuatro áreas: 14 en el área 1; 8 en el área 2; 10 en el área 3, y 8 en el área 4. Además, el DM establece los siguientes rangos presupuestales máximos y mínimos por área:

	% Mínimo	*% Máximo*
Área 1	30	50
Área 2	20	40
Área 3	16	30
Área 4	10	24

Los datos asociados a los proyectos se encuentran resumidos en el

Cuadro 1.

Proyecto	*Área*	*M*	*M*	*Calificación*	*W*
1	1	150	450	9.6	8.4
2	1	150	230	9.4	7.59
3	1	200	300	9.4	7.59
4	1	80	150	9.3	7.2
5	1	130	198	9.2	6.79
6	1	187	283	9.2	6.79
7	1	117	194	9.15	6.59
8	1	190	262	9.13	6.52

Cuadro 1. Conclusión

Proyecto	*Área*	*M*	*M*	*Calificación*	*W*
9	1	149	196	9.1	6.4
10	1	52	82	9	6
11	1	53	74	8.9	5.729
12	1	50	83	8.8	5.46
13	1	140	194	8.8	5.46
14	1	135	184	8.6	4.92
15	2	113	193	9.9	7.19
16	2	125	210	9.7	6.59
17	2	201	284	9.5	6
18	2	115	151	9.4	5.69
19	2	103	139	9	4.5
20	2	102	121	8.9	4.29
21	2	100	200	8.7	3.89
22	2	150	230	8.6	3.69
23	3	200	300	10	6.66
24	3	80	150	9.7	6.06
25	3	130	198	9.5	5.66
26	3	187	283	9	4.66
27	3	117	194	8.7	4.06
28	3	190	262	8.7	4.06
29	3	149	196	8.5	3.66
30	3	102	192	8.4	3.46
31	3	143	208	8.2	3.06
32	3	102	211	8.1	2.86
33	4	140	194	9.8	4.75
34	4	135	184	9.5	4.37
35	4	113	193	9.4	4.25
36	4	125	210	9.2	4
37	4	201	284	9.1	3.87
38	4	115	151	9.1	3.87
39	4	103	139	9	3.75
40	4	102	121	8.7	3.37

Los valores de la columna *W* son calculados según se explicó en el modelo de preferencia.

Área	*Solicitud financiera media*	*Peso promedio*
1	166.57	6.531
2	158.56	5.23
3	176.75	4.42
4	156.88	4.028

La columna intermedia se obtiene de promediar las semisumas de m_j y M_j.

Con la anterior información aplicamos el proceso de algoritmos genéticos utilizando los siguientes parámetros:

Tamaño de la población = 50
Número de reinicios = 25
Número de generaciones por reinicio = 5 000
Índice de mutación = 0.20
$\alpha = 0.5$
$\beta = 1.0$

El cuadro 2 resume la información de la solución inicial factible.

Cuadro 2.

Proyecto	*Asignación*	*Valor de pertenencia* (μ)
1	333.87	0.806
2	199.03	0.806
3	261.29	0.806
4	122.90	0.806
5	171.68	0.806
6	245.84	0.806
7	164.19	0.806
8	234.13	0.806
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	0
13	0	0
14	0	0
15	162.03	0.806
16	177.10	0.806
17	251.87	0.806
18	137.06	0.806
19	125.06	0.806
20	113.65	0.806
21	161.29	0.806
22	0	0
23	261.29	0.806
24	122.90	0.806
25	171.68	0.806
26	245.84	0.806
27	164.19	0.806
28	0	0

Cuadro 2. Conclusión

Proyecto	*Asignación*	*Valor de pertenencia* (μ)
29	0	0
30	0	0
31	0	0
32	0	0
33	173.10	0.806
34	165.03	0.806
35	162.03	0.806
36	171.61	0.774
37	0	0
38	0	0
39	0	0
40	0	0

Al término del proceso obtuvimos la solución final, cuya información se encuentra resumida en el cuadro 3.

Cuadro 3.

Proyecto	*Asignación*	*Valor de pertenencia*
1	159.68	0.516
2	230	1
3	300	1
4	150	1
5	198	1
6	0	0
7	194	1
8	262	1
9	196	1
10	82	1
11	74	1
12	83	1
13	194	1
14	184	1
15	193	1
16	210	1
17	246.52	0.774
18	151	1
19	139	1
20	121	1
21	0	0
22	0	0

Cuadro 3. Conclusión

Proyecto	*Asignación*	*Valor de pertenencia*
23	274.19	0.871
24	150	1
25	198	1
26	0	0
27	119.48	0.516
28	0	0
29	0	0
30	104.90	0.516
31	0	0
32	0	0
33	190.52	0.968
34	184	1
35	0	0
36	0	0
37	0	0
38	151	1
39	139	1
40	121	1

El análisis de la solución final y su comparación con la solución inicial heurística arroja los siguientes puntos interesantes:

i) La función de adaptabilidad se incrementa de 112.95 a 154.859, para un aumento significativo del 37 por ciento.
ii) En la solución inicial hay 24 proyectos apoyados, que pasan a 29 en la solución final que da el algoritmo genético.
iii) Heurísticamente parece plausible conformar la cartera de acuerdo con el orden de los "pesos", respetando las restricciones presupuestales por área. En la solución final, el orden determinado por los pesos se viola en el caso de los proyectos 6, 21, 22, 26, 28, 29, 35, 36 y 37, los cuales no están en la cartera, mientras que otros, con menor peso, sí reciben apoyo.
iv) Los proyectos 1, 17 y 27, aunque se mantienen en la cartera, sufren reducciones en su apoyo.
v) Se le concede financiamiento a los proyectos 9, 10, 11, 12, 13, 14, 30, 38, 39 y 40, que no lo tenían en la solución inicial.

Nosotros consideramos que la propuesta del algoritmo es perfectamente sustentable y que ofrece variantes de mucho interés que son

virtualmente invisibles para un enfoque heurístico, como se explica a continuación:

- La "injusticia" más marcada parece ser la cometida contra el proyecto 6. Sin embargo, nótese que él no es especialmente importante dentro del área 1. Su peso se aproxima a la media, pero es uno de los tres más costosos de su área. Sus requerimientos financieros son más de 40% superiores a la media del área. Tomados en conjunto, los proyectos 9 y 10, ambos de excelencia, no requieren más recursos que él.
- El proyecto 21 es casi el de menor importancia dentro del área 2. No clasifica siquiera entre los 30 proyectos de más relevancia de todo el conjunto, y es costoso en comparación con otros de peso relativamente similar como 38 y 39.
- El proyecto 22 es uno de los de menor significación y muy costoso en relación con 39 y 40.
- El proyecto 28 es uno de los más costosos de su área (27.9% por encima de la media), y su ponderación no alcanza el valor promedio. Es mucho más costoso que los proyectos 30, 38, 39 y 40.
- El proyecto 26 tiene un peso aproximadamente promedio dentro del área 3, pero es el segundo en el consumo de recursos (33% por encima de la media). Por esa razón el algoritmo prefiere a 27 y 30, mucho más baratos. Los proyectos de otras áreas que son apoyados y tienen menor peso (19, 20, 34, 38, 39, 40) son considerablemente más baratos. Los recursos que juntos necesitan los proyectos 38 y 40 son inferiores a los del 26.
- El proyecto 37 es el más costoso de su área sin llegar siquiera al peso promedio de ella.
- Los proyectos 35 y 36 se quedan fuera de la cartera porque son muy costosos en comparación con 38, 39 y 40. Obsérvese que los recursos que se necesitan para el par 35 y 36 financian completamente tres proyectos. Se cambian dos proyectos con calificaciones de excelencia por otros tres, dos de los cuales también son excelentes y el tercero con una evaluación suficientemente alta.
- El proyecto 29 es comparable en calidad al 30 y es sin embargo más costoso. No es significativamente más importante que el proyecto 40, pero su diferencia en costo es apreciable.
- El proyecto 1 es, con mucho, el más costoso de todos los propuestos. A pesar de su importancia, es natural que no reciba todo el apoyo pedido.

- El proyecto 17 es el más costoso de su área. Aun con la reducción que sufre en la solución final, sigue siendo el que más apoyo recibe dentro de su área, y el cuarto en toda la cartera.
- El proyecto 27 no alcanza la importancia media dentro de su área. Su presencia en la cartera se explica por qué es algo más barato que lo típico en su contexto.
- Los proyectos 9, 10, 11, 12, 13 y 14 pertenecen al área de mayor importancia, no son particularmente costosos y están dentro del subconjunto de los 20 más significativos de acuerdo con sus pesos. Con los recursos que se ahorran al sacar de la cartera al 6 y reducir el apoyo a 1, alcanza para apoyar a los proyectos 10, 11, 12 y 14.
- Los proyectos 38, 39 y 40 son propuestas que, aunque en la parte final del orden de importancia por el área a que pertenecen, tienen calidad y son suficientemente baratos. 39 y 40 juntos aportan más a la función objetivo que la contribución del proyecto 6 que, por si solo, necesita más recursos que ambos. La solución final es entonces consecuente con las preferencias del *decision maker* recogidas en los pesos.

Una solución heurística no hubiera dejado fuera de la cartera al proyecto 6, y le hubiera concedido casi todo el apoyo pedido al 1. Entonces, las restricciones presupuestales al área 1 harían salir de la cartera a los proyectos 12, 13 y 14. Probablemente hubiera aceptado los proyectos 35 y 36, y rechazado 38, 39 y 40. Plausiblemente el proyecto 26 hubiera recibido algún apoyo en lugar del 30, pero se necesitaría una cantidad adicional que podría tomarse del 27, que entonces quedaría sin financiamiento. Sólo 25 proyectos serían apoyados en lugar de los 29 que sugiere nuestra propuesta.

Conclusiones

El procedimiento descrito permite modelar con razonable aproximación las preferencias del DM sobre carteras de proyectos de relevancia social. La imprecisión en los requerimientos de recursos financieros se modela naturalmente con predicados "borrosos". De hecho, la generalización "borrosa" del problema de asignación de capital, un clásico de la programación 0-1, permite llegar al mismo modelo que se obtiene de un planteamiento multiobjetivo. Esa coincidencia habla en favor de la legitimidad del enfoque.

Después de diversas pruebas con variantes de algoritmos genéticos, nos decidimos por un procedimiento que combina operadores clásicos con propuestas diferentes; las experiencias computacionales realizadas apuntan a una mayor eficiencia de nuestra propuesta. La complejidad algorítmica es lineal. La heurística genética se ratifica como herramienta para problemas muy complicados.

El modelo y el algoritmo genético que lo explota han sido realizados en CAPITAL, un sistema capaz de cumplir con las funciones principales de los DSS. En varios ejemplos analizados, hasta de mediano nivel de complejidad, el sistema se ha comportado como una herramienta potente para obtener mejores soluciones en problemas de cartera de proyectos públicos, en un tiempo razonable como para permitir el trabajo interactivo con microcomputadora Pentium III a 450 MHz. La rapidez de convergencia a mejores soluciones se incrementa si el DM participa, junto con un analista de la decisión, en la interacción con CAPITAL Problemas de alta complejidad; con cientos o miles de proyectos en competencia, se requieren medios de cómputo más sofisticados. Se potencia la capacidad de decisión y gestión de entidades del sector público en una prueba interesante de la fuerza combinada de modelos más realistas y complicados con heurísticas poderosas basadas en computadora.

Referencias bibliográficas

Boardman, A. (1996), *Cost-benefit analysis: Concepts and practices*, New Jersey, Prentice Hall.

Chu, P.C. (1997), *A Genetic Algorithm Approach for Combinatorial Optimization Problems*, tesis de doctorado, University of London.

Davis, R. y P. McKeown (1986), *Modelos cuantitativos para administración*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.

Dorfman, R. (1996), " Why Cost-Benefit Analysis is Widely Disregarded and What to Do About it?", *Interface 26*, núm. 1, pp. 1-6.

Fernández, E. (1999), "El método EDIPO para la decisión multicriterio", *UPIICSA Tecnología, Ciencia, Cultura*, vol. 3, núm. 19, pp. 25-30.

French, S. (1986), *Decision Theory: An Introduction to the Mathematics of Rationality*, Nueva York-Toronto-Brisbane, Halsted Press.

Goldberg, D. (1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Reading, Addison-Wesley.

Kuri, A. (1999), *A Comprehensive Approach to Genetic Algorithms in*

Optimization and Learning. Theory and Applications, México, Instituto Politécnico Nacional.

Leyva, J.C. y E. Fernández (1999), "A Genetic Algorithm for Deriving Final Ranking from a Fuzzy Outranking Relation", *Foundations of Computing and Decision Sciences 24*, núm. 1, pp. 33-47.

Markowitz, H. (1991), *Portfolio Selection*, 2a. ed., Cambridge, Blackwell.

Martino, J. (1995), *Research and Development Project Selection*, Nueva York-Chichester-Brisbane-Toronto-Singapur, Wiley.

Michalewicz, Z. (1996), *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Berlin-Heidelberg-Nueva York, Springer.

Ordóñez, G. y M. Valenzuela (1992), "Optimización de permutaciones con algoritmos genéticos: El problema del viajante", *Proc. of the Third Latin-American Congress of Artificial Intelligence*, pp. 271-282.

Roy, B. (1996), *Multicriteria Methodology for Decisiom Aiding*, Dordrecht, Klewer Academic Publisher.

Saaty, T. L. (1980), *The Analytic Hierarchy Process*, Nueva York, Mc Graw Hill.

Valenzuela, M. y E. Uresti (1996), "Un algoritmo genético no generacional para optimización multiobjetivo", *Proc. of the Fifth Latin-American Congress of Artificial Intelligence*, pp. 417-427.

Young, M. (1998), " A Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution", *Management Science 44*, núm. 5, pp. 673-683.